

Συναρτησιακή Ανάλυση, εαρινό εξάμηνο 2016-17.

Έβδομο φυλλάδιο ασκήσεων.

Παραδώστε την μοναδική άσκηση του φυλλαδίου καθώς και την άσκηση 17 του φυλλαδίου 6 μέχρι το μάθημα της Παρασκευής 31/3.

1. Κυρτός συνδυασμός κάποιων στοιχείων a_1, \dots, a_m ενός γραμμικού χώρου είναι ένα άθροισμα της μορφής $t_1 a_1 + \dots + t_m a_m$, όπου $t_1, \dots, t_m \geq 0$ και $t_1 + \dots + t_m = 1$.

Έστω χώρος με νόρμα X και $x_n \xrightarrow{w} x$ στον X . Αποδείξτε ότι υπάρχει ακολουθία (y_n) στον X κάθε όρος της οποίας είναι κυρτός συνδυασμός όρων της (x_n) ώστε $y_n \rightarrow x$.

Υπόδειξη: Θεωρήστε το σύνολο όλων των κυρτών συνδυασμών των όρων της (x_n) και αποδείξτε ότι το σύνολο αυτό είναι κυρτό.