

Με απόφαση της Γενικής Συνέλευσης του Τμήματος, σε περίπτωση αντιγραφής ή πρόθεσης αντιγραφής επιβάλλεται κύρωση σε όλους τους εμπλεκόμενους φοιτητές, κατ' ελάχιστον, ο αποκλεισμός από την εξεταστική περίοδο σε όλα τα μαθήματα του επόμενου ακαδημαϊκού εξαμήνου. Μετά την έναρξη της εξέτασης, η ύπαρξη κινητού (έστω και απενεργοποιημένου) πάνω ή δίπλα σε κάποιον φοιτητή, θα θεωρηθεί ως πρόθεση αντιγραφής.



Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

200 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8:

Δείξτε ταυτότητα πριν φύγετε. Φεύγετε μόνο αφού παραδώσετε όλα σας τα χαρτιά.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜ. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ
Τελικό Διαγώνισμα, 15 Ιαν. 2019

- Σε ερωτήσεις όπου η απάντηση είναι αριθμός επιλέγετε την απάντηση **πλησιέστερα** στην ακριβή λύση. •
* * *

- 1** Οι ΤΜ X_1, X_2, \dots, X_{10} είναι ανεξάρτητες και ισόνομες. Η X_1 παίρνει τη τιμή -1 με πιθανότητα $3/5$ και τις τιμές 1 και 2 με πιθανότητα $1/5$ την κάθε μία. Υπολογίστε την $\sigma^2(X_1 + X_2 + \dots + X_{10})$.
A: 15 B: 10 C: 25 D: 20
- 2** Σε ένα σακί μέσα βρίσκονται 10 όμοιες μπάλες αριθμημένες από 1 έως 10. Επιλέγουμε τη μια μετά την άλλη τρεις μπάλες (χωρίς επανάθεση). Ποια είναι η μέση τιμή του αθροίσματος των αριθμών των τριών μπαλών που επιλέξαμε;
A: 16 B: 14 C: 18 D: 12
- 3** Ένα κουτί περιέχει 7 μαύρες και 3 άσπρες μπάλες κι ένα άλλο κουτί περιέχει 2 μαύρες και 6 άσπρες μπάλες. Επιλέγουμε πρώτα ένα από τα δύο κουτιά στην τύχη και από αυτό επιλέγουμε τυχαία μια μπάλα. Αν αυτή η μπάλα είναι μαύρη τότε ποια είναι η πιθανότητα ότι προήλθε από το πρώτο κουτί;
A: 0.5 B: 0.7 C: 0.6 D: 0.8
- 4** Στη χώρα της Ευτυχίας επικρατεί ένα περίεργο κοινωνικό σύστημα που προέκυψε ως ένα μείγμα ακραίου καπιταλισμού και κομμουνισμού. Το 10% των κατοίκων έχει ετήσιο εισόδημα ένα εκατομμύριο ΜΕ (Μονάδες Ευτυχίας) και οι υπόλοιποι έχουν ετήσιο εισόδημα χίλιες ΜΕ. Αν επιλέξουμε τυχαία έναν κάτοικο της χώρας της Ευτυχίας ποιο είναι το μέσο εισόδημά του σε ΜΕ;
A: 10^4 B: 10^2 C: 10^3 D: 10^5
- 5** Μια ΤΜ X παίρνει μόνο τις τιμές 1, 2 και 4, και μάλιστα με ίση πιθανότητα. Ποια η διασπορά της;
A: 1.70 B: 1.60 C: 1.40 D: 1.50
- 6** Πόσοι φυσικοί αριθμοί υπάρχουν από το 10 έως το 9999 (συμπεριλαμβανομένων) που να έχουν όλα τα ψηφία τους διαφορετικά;
A: 5000 B: 5200 C: 5300 D: 5100
- 7** Ρίχνουμε δύο νομίσματα με πιθανότητα κορώνας 0.7 το καθένα. Επαναλαμβάνουμε τη ρίψη των δύο νομισμάτων 10 φορές. Κατά μέσο όρο πόσες φορές θα φέρουμε ζεύγος με ανόμοια αποτελέσματα;
A: 6 B: 3 C: 5 D: 4
- 8** Ρίχνουμε συνεχώς ένα τίμιο νόμισμα. Αν η πρώτη κορώνα έρθει ακριβώς στη n -οστή ρίψη τότε κερδίζουμε $(\frac{3}{4})^n$ μονάδες. Ποιο το μέσο κέρδος που αποκομίζουμε παίζοντας αυτό το παιχνίδι.
A: 1.00 B: 1.25 C: 0.50 D: 0.75

Γράψτε τη λύση των προβλημάτων στην πίσω σελίδα. Παραδίδετε αυτό το χαρτί και όλα τα πρόχειρα. Τα πρόχειρα δε βαθμολογούνται.

Πρόβλημα 1: Η ΤΜ X παίρνει μόνο τιμές στο σύνολο $\{1, 2, 3\}$ και έχει $\mathbb{E}[X] = \frac{3}{2}$. Βρείτε τη μέγιστη τιμή της πιθανότητας $\mathbb{P}[X \geq \frac{3}{2}]$.

Πρόβλημα 2: Ας είναι A και B δύο τυχαία υποσύνολα του $\{1, 2, \dots, n\}$ μεγέθους k . Βρείτε τη μέση τιμή $\mathbb{E}[|A \cap B|]$.

Απαγορεύεται η αποχώρηση για 1 ώρα. • Η διάρκεια της εξέτασης είναι 2 ώρες με κλειστές σημειώσεις και χωρίς κομπιουτεράκι. • Επιστρέψετε το χαρτί αυτό και όλα τα πρόχειρα. • Βαθμολογείστε μόνο από το χαρτί αυτό. • Κάθε σωστή απάντηση στις πολλαπλές επιλογές μετράει 1 και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν «παίξετε» τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0. • Κενές απαντήσεις μετράνε 0. • Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση. • **Συνολικός αριθμός μονάδων 10.** Ερωτήσεις πολλαπλών επιλογών: 70%. Προβλήματα: 30%. • **Προβλήματα:** αιτιολογήστε πλήρως ό,τι γράφετε.

Διδάσκων: Μιχάλης Κολουντζάκης

ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!