

Απειροστικός Λογισμός ΙΙΙ, χειμερινό εξάμηνο 2016-17.

Πρώτη πρόοδος, 22.11.2017.

- (α) Γράψτε το $\int_0^1 \left(\int_{e^x}^e f(x, y) dy \right) dx$ ως $\int \left(\int f(x, y) dx \right) dy$, εμφανίζοντας τα κατάλληλα άκρα ολοκλήρωσης. Σχεδιάστε το σχετικό χωρίο στο xy -επίπεδο.

(β) Γράψτε το $\int_0^1 \left(\int_x^{2-x} \left(\int_0^y f(x, y, z) dz \right) dy \right) dx$ ως $\int \left(\int \left(\int f(x, y, z) dx \right) dy \right) dz$, εμφανίζοντας τα κατάλληλα άκρα ολοκλήρωσης. Σχεδιάστε το σχετικό χωρίο στον xyz -χώρο.
- (α) Χρησιμοποιώντας σφαιρικές συντεταγμένες, υπολογίστε το $\iiint_D (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, όπου $D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \leq 0, z \geq 0\}$. Σχεδιάστε το χωρίο D .

(β) Χρησιμοποιώντας κυλινδρικές συντεταγμένες, υπολογίστε το $\iiint_D y dx dy dz$, όπου $D = \{(x, y, z) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0, 0 \leq z \leq x^2 + y^2\}$. Σχεδιάστε το χωρίο D .
- Υπολογίστε το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_{\sigma} (y dx - x dy + z dz)$, όπου σ είναι η καμπύλη η οποία διαγράφει μία φορά την τομή των επιφανειών με εξισώσεις $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ και $z = \sqrt{3}$ με την θετική φορά διαγραφής σε σχέση με το σημείο $(0, 0, 0)$. Σχεδιάστε την καμπύλη και την φορά διαγραφής της.

Οι απαντήσεις σας πρέπει να είναι πλήρως αιτιολογημένες. Ακόμη κι αν δεν μπορείτε να σχεδιάσετε τέλεια τα χωρία, περιγράψτε τα ώστε σε συνδυασμό με τα σχήματα να καταλάβω πώς ακριβώς τα φαντάζεστε.

Διάρκεια εξέτασης: 1.30 ώρα. Αποχώρηση μετά από 45 λεπτά. Απαγορεύονται βιβλία, σημειώσεις και κινητά (έστω και απενεργοποιημένα).

Καλή επιτυχία!

Μιχάλης Παπαδημητράκης.