

Πρώτο φυλλάδιο ασκήσεων.

1. Βρείτε όλες τις δυνατές τιμές της παράστασης $\text{Arg}(z_1 z_2) - \text{Arg } z_1 - \text{Arg } z_2$.
2. Αποδείξτε ότι $\arg \frac{1}{z} = \arg \bar{z} = -\arg z$ και $\arg(-z) = \pi + \arg z$.
3. Αν $A \subseteq B$ και το B είναι κλειστό, αποδείξτε ότι $\bar{A} \subseteq B$.
4. Έστω $A \subseteq B$. Αποδείξτε ότι $\bar{A} \subseteq \bar{B}$ και $A^\circ \subseteq B^\circ$.
5. Έστω συνεχής $f : A \rightarrow \mathbb{C}$. Αν τα A, B είναι ανοικτά, αποδείξτε ότι το $f^{-1}(B)$ είναι ανοικτό. Αν τα A, B είναι κλειστά, αποδείξτε ότι το $f^{-1}(B)$ είναι κλειστό.
6. Αν τα M, K είναι συμπαγή, αποδείξτε ότι το $M \cup K$ είναι συμπαγές.
7. Αν το M είναι συμπαγές και το K είναι κλειστό, αποδείξτε ότι το $M \cap K$ είναι συμπαγές.
8. Αν το $M \neq \emptyset$ είναι συμπαγές και το $N \neq \emptyset$ είναι κλειστό, αποδείξτε ότι υπάρχουν $z_1 \in M$ και $w_1 \in N$ ώστε $|z_1 - w_1| = \inf\{|z - w| \mid z \in M, w \in N\}$.
9. Αν το M είναι φραγμένο, αποδείξτε ότι τα $\bar{M}, \partial M$ είναι συμπαγή.